



ce
pre
UNI

Física

CICLO
PREUNIVERSITARIO
2023-1





ce
pre
UNI

Física

INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

ce
pre
UNI

INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

Fenómeno a través del cual se inducen efectos eléctricos a través de efectos magnéticos.

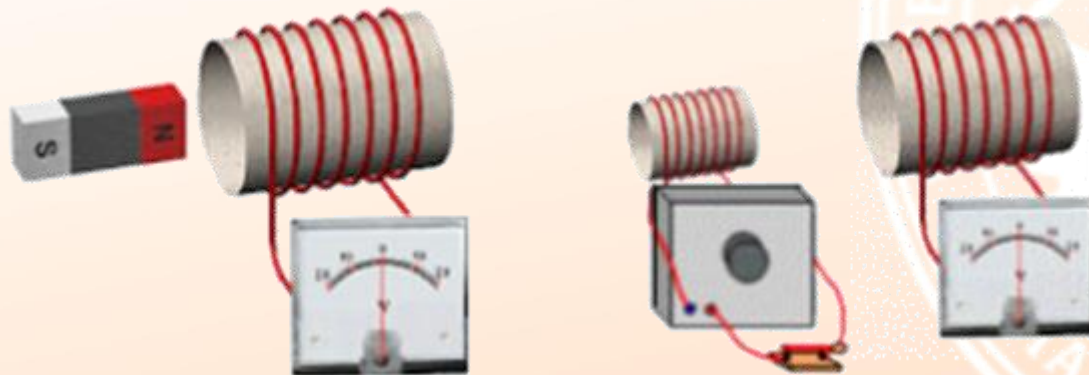
Durante la década de 1830, Michael Faraday en Inglaterra y Joseph Henry (1797-1878) en estados unidos, quien fuera director de la Smithsonian Institution, realizaron los primeros experimentos con una fuerza electromotriz inducida magnéticamente.

Faraday es un caso realmente atípico en la historia de la física: su formación era muy elemental; sin embargo, las leyes de la electricidad y el magnetismo deben mucho más a los descubrimientos experimentales de Faraday, que a los de cualquier otra persona.

EXPERIMENTOS DE FARADAY

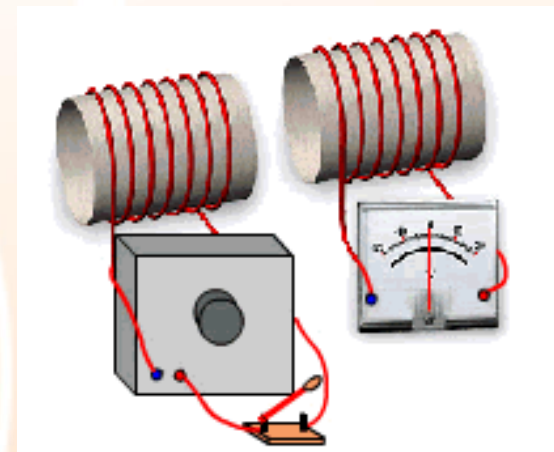
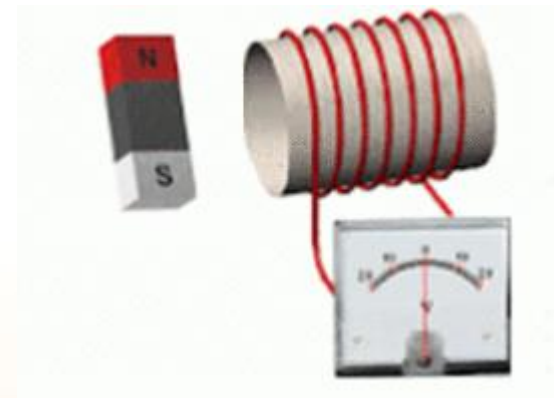
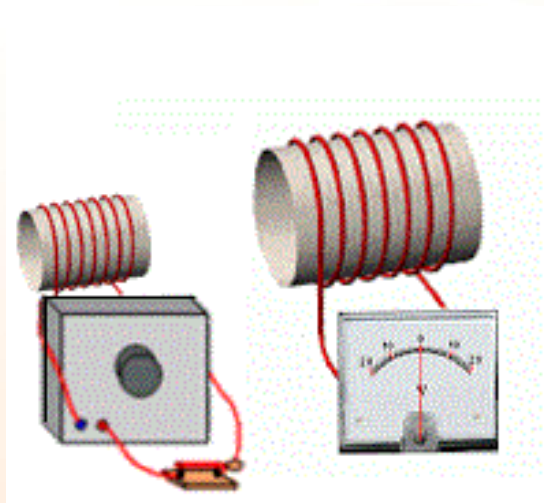
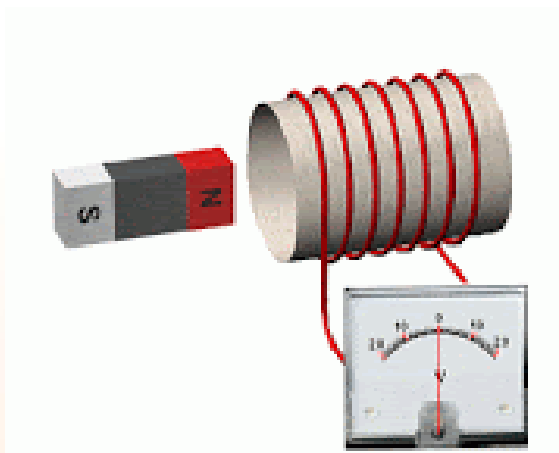
A continuación veamos los siguientes experimentos en los cuales se induce f.e.m, lo que en un circuito cerrado se traduce como una corriente inducida.

Al establecerse un campo magnético constante cerca de la bobina conectada al amperímetro, no aparece corriente, por lo que no se induce f.e.m.



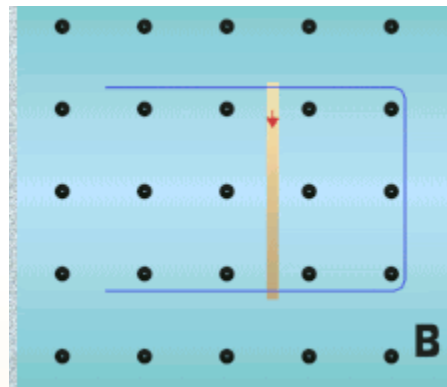
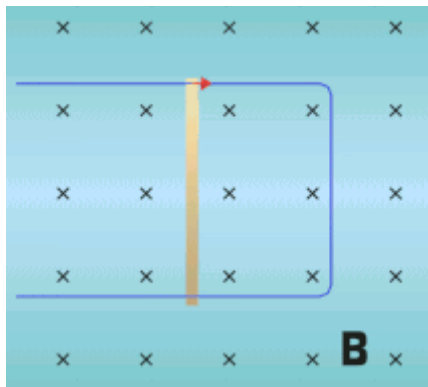
$$I_{\text{inducida}} = 0 \Rightarrow \epsilon_{\text{inducida}} = 0$$

Con el imán moviéndose cerca a la bobina, el campo magnético no es constante en el tiempo, sin embargo no siempre se induce f.e.m.

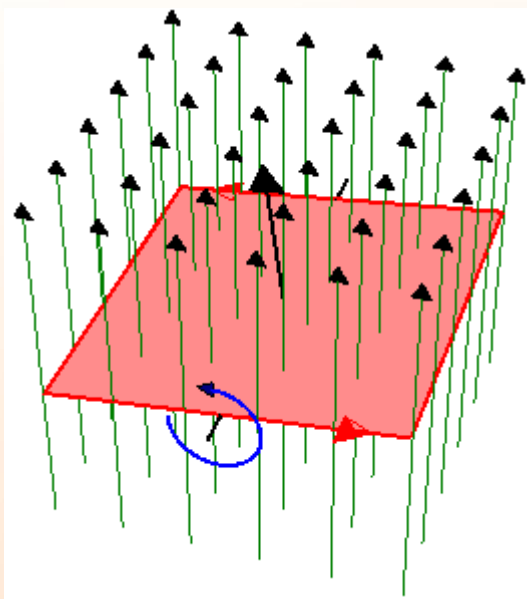


Al establecerse un campo magnético no constante en el tiempo, que atraviesa la sección transversal de la bobina, aparece corriente y por lo tanto se induce f.e.m.

También se induce fem al establecerse un campo magnético constante cerca a un circuito.



Al cambiar el área de la sección limitada por el circuito, aparece corriente y por lo tanto se induce f.e.m.



Al rotar una espira, el área de la sección que atraviesa el campo magnético varía, produciéndose corriente en la espira y por lo tanto se induce f.e.m.

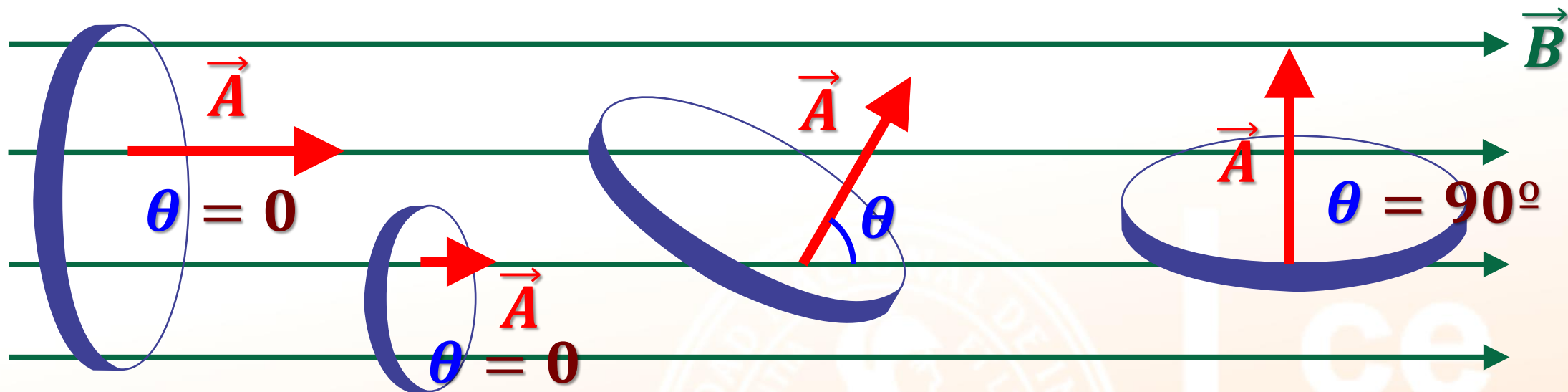
En todos los casos analizados, se induce fem cuando varía el número de líneas de campo magnético que atraviesan la sección limitada por el circuito, ya sea por variación del campo magnético o por variación de la sección.

Experimentalmente el valor de esta fem inducida será cada vez mayor cuando:

- El **cambio del número de líneas** de campo magnético que atraviesan la sección limitada por el circuito **sea** cada vez **más rápido**.
- Cuando la bobina a través de cuya sección varía el número de líneas, tiene cada vez **mayor número de vueltas del cable**.

Primero definiremos una cantidad que cuantifique el número de líneas de campo magnético que atraviesan una sección.

FLUJO MAGNÉTICO



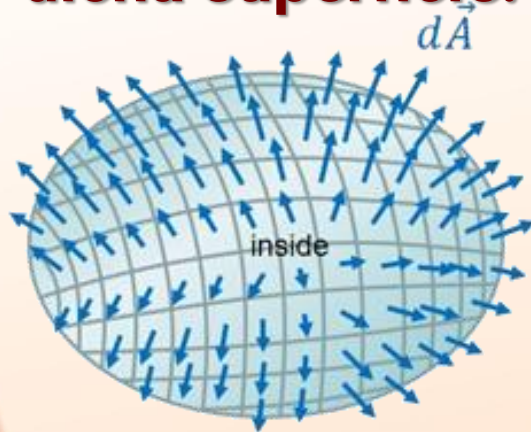
Medida indirecta del número de líneas de campo magnético que atraviesan una sección.

Siendo θ el ángulo entre el campo magnético $\vec{B}$ y el vector área $\vec{A}$, el flujo magnético vendría dado por

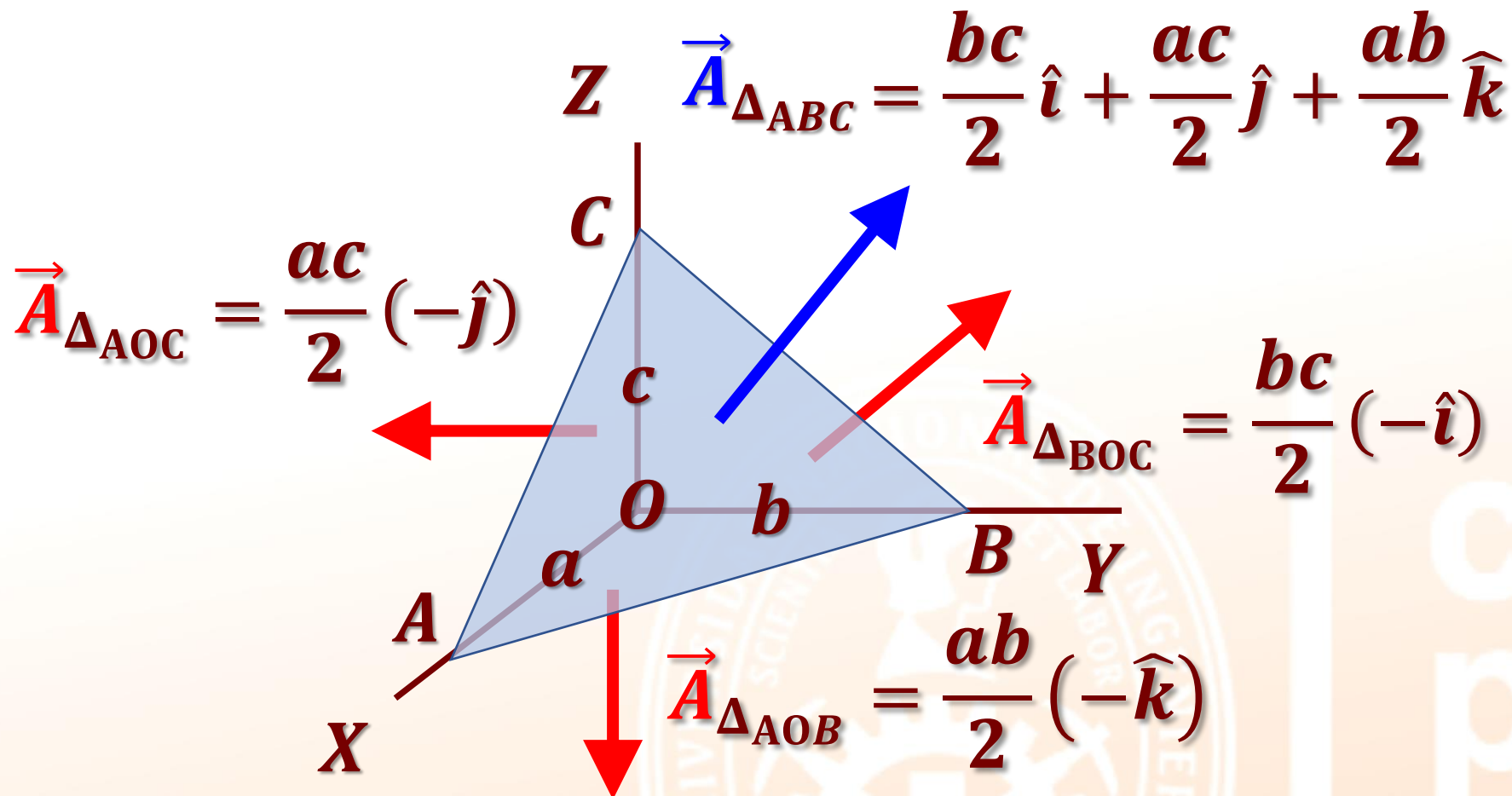
$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = |\vec{B}| |\vec{A}| \cos \theta \quad \text{Unidad S.I. weber (Wb)}$$

En una superficie cerrada (la que limita un volumen, por ejemplo la superficie de una esfera o un conjunto de superficies como la de un cilindro o cubo) es flujo magnético es cero.

Una manera de interpretarlo es que cada línea de campo pasa dos veces a través de la superficie, la primera vez entrando por un punto de la superficie cerrada y la segunda vez saliendo por otro punto de dicha superficie.



Otra manera sería dividir una superficie cerrada en pequeños vectores área salientes para que la suma de todos esos vectores sea igual a cero.



En una superficie
cerrada

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = 0$$

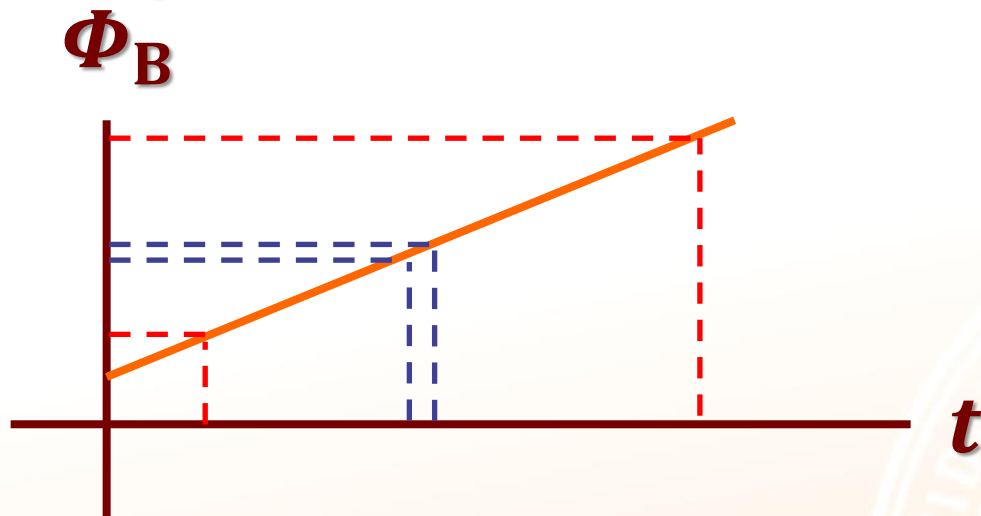
Cuando decimos que el cambio del número de líneas de campo magnético que atraviesan la sección limitada por el circuito sea cada vez más rápido, estamos diciendo que la rapidez con la que varía el flujo magnético es cada vez mayor, y con ello se induce mayor f.e.m.

Recordemos también se induce mayor f.e.m. cuando la bobina a través de cuya sección varía el número de líneas tiene cada vez mayor número de vueltas del cable.

Faraday propuso esta relación para determinar la f.e.m. Inducida

$$\epsilon_{\text{inducida}} = N \left(\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \right)$$

Cuando el flujo magnético varia linealmente con el tiempo



$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$ es calcular la pendiente para un Δt muy pequeño

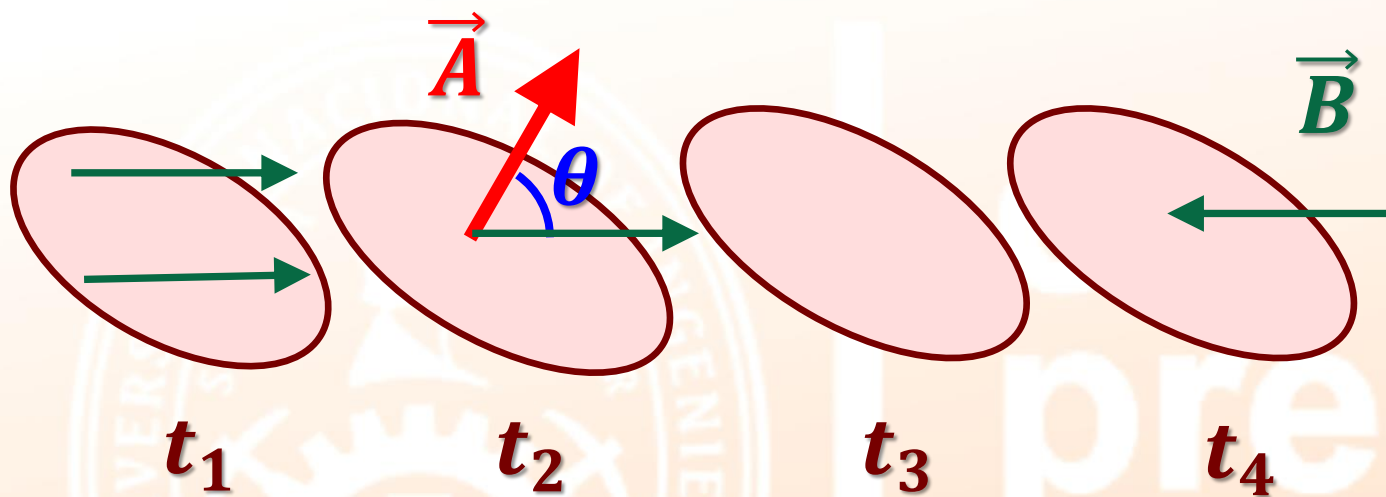
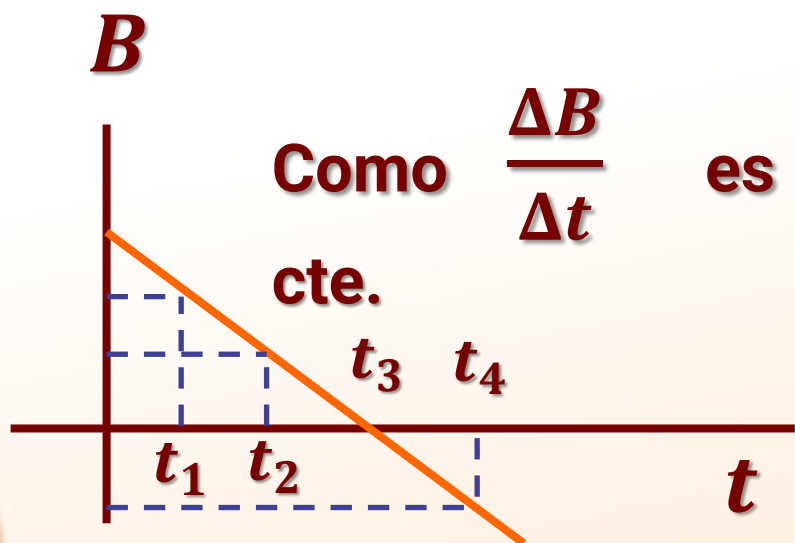
$\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$ es calcular la pendiente para un Δt cualquiera

$$\Rightarrow \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \text{ y como } \epsilon_{\text{inducida}} = N \left(\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \right)$$

$$\epsilon_{\text{inducida}} = N \left(\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \right)$$

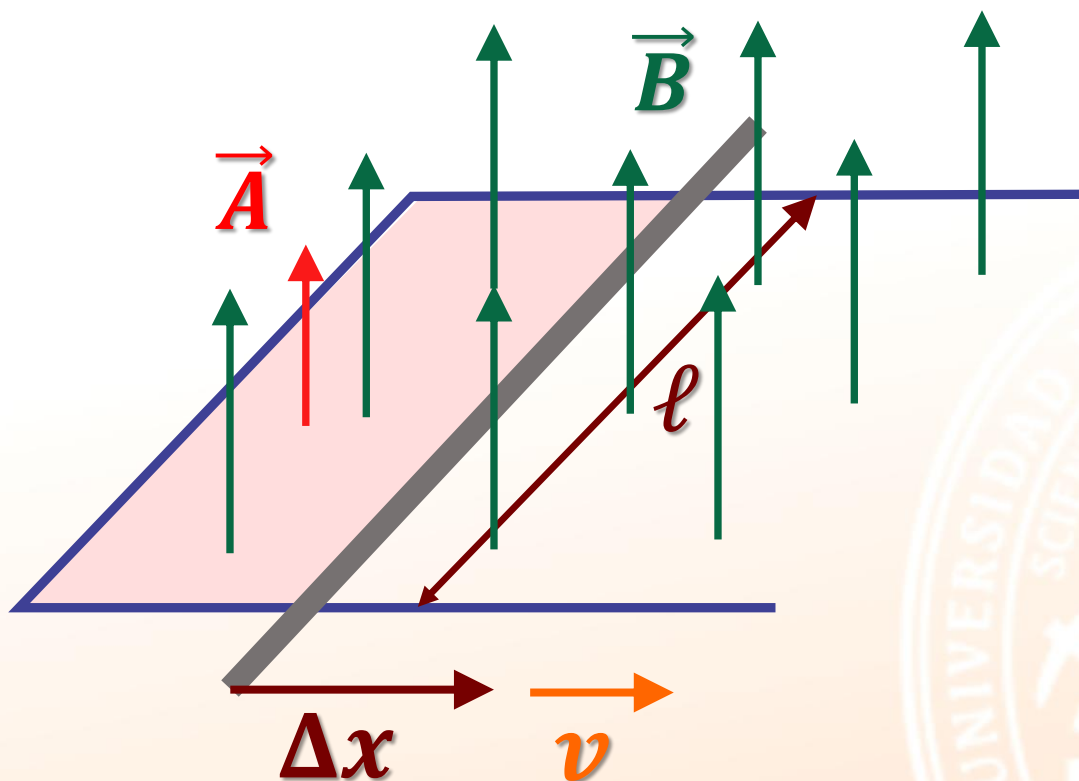
Evaluemos la rapidez con que cambia el flujo magnético en ciertos casos especiales.

Cuando $\vec{B}$ varia linealmente en el tiempo pero con dirección constante



$$\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = \frac{\Delta (B A \cos \theta)}{\Delta t} = \frac{\Delta B}{\Delta t} A \cos \theta = \text{cte.}$$

Cuando el área de la sección **A** varía linealmente en el tiempo pero manteniendo su orientación constante.



Es decir que $\frac{\Delta A}{\Delta t}$ es cte

$$\Rightarrow \frac{\ell \Delta x}{\Delta t} = \ell \frac{\Delta x}{\Delta t} = \ell v = \text{cte}$$

$$\Rightarrow v = \text{cte}$$

Al ser $\vec{B}$ y $\vec{A}$ paralelos $\Rightarrow \theta = 0$

$$\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = \frac{\Delta (B A \cos \theta)}{\Delta t} = B \frac{\Delta A}{\Delta t} \cos \theta = B \ell v = \text{cte.}$$

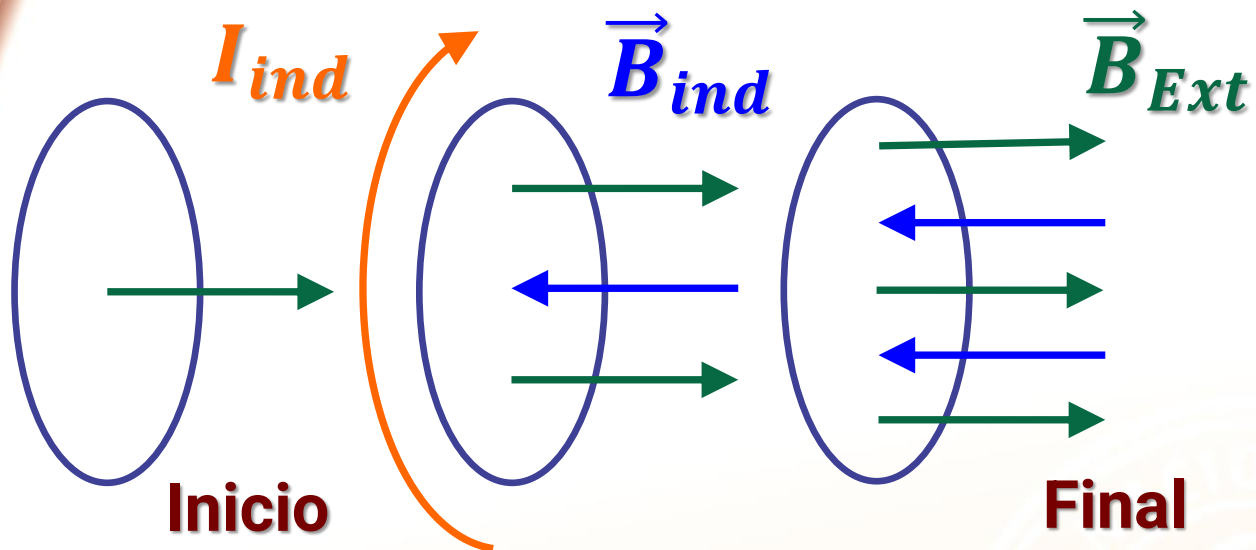
LEY DE LENZ

Hasta aquí hemos visto como evaluar la magnitud de la f.e.m. Inducida, pero ¿cuál sería, por ejemplo, el sentido de circulación de la corriente producida por esta f.e.m. Inducida?

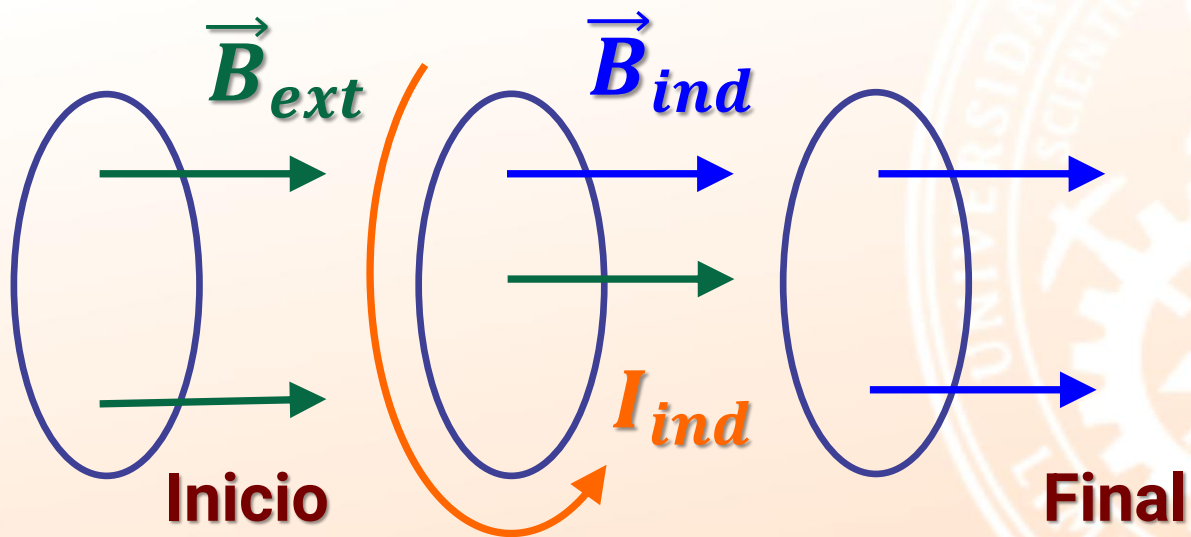
El físico germano-báltico Heinrich Lenz formuló en el año 1834 una relación que en la actualidad se conoce como la ley de Lenz, la cual dice lo siguiente:

Todo efecto inducido es tal que está en oposición a la causa que lo produce.

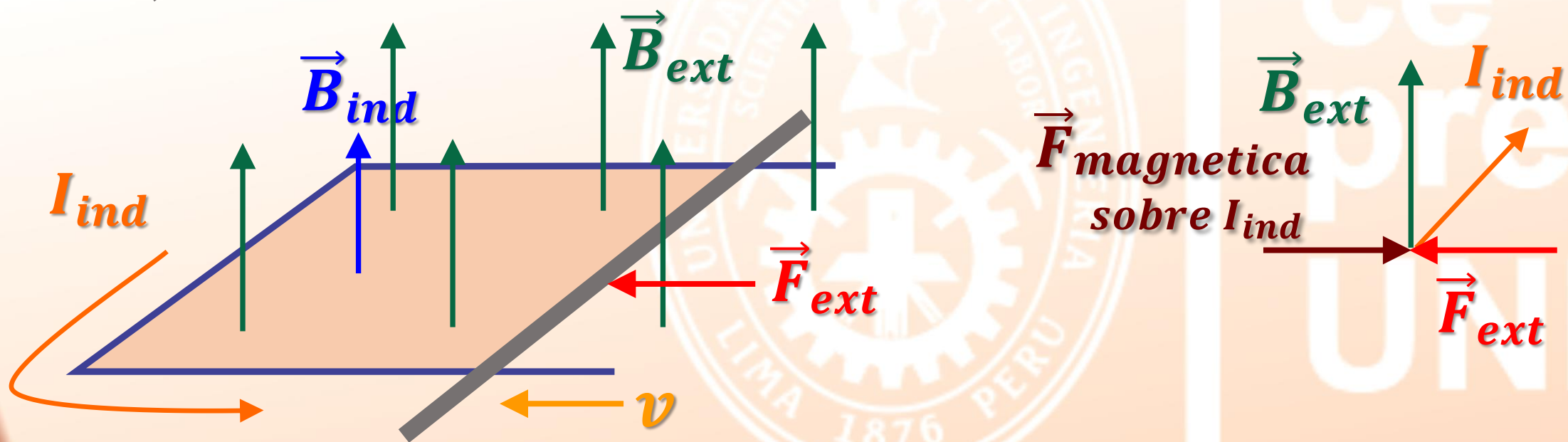
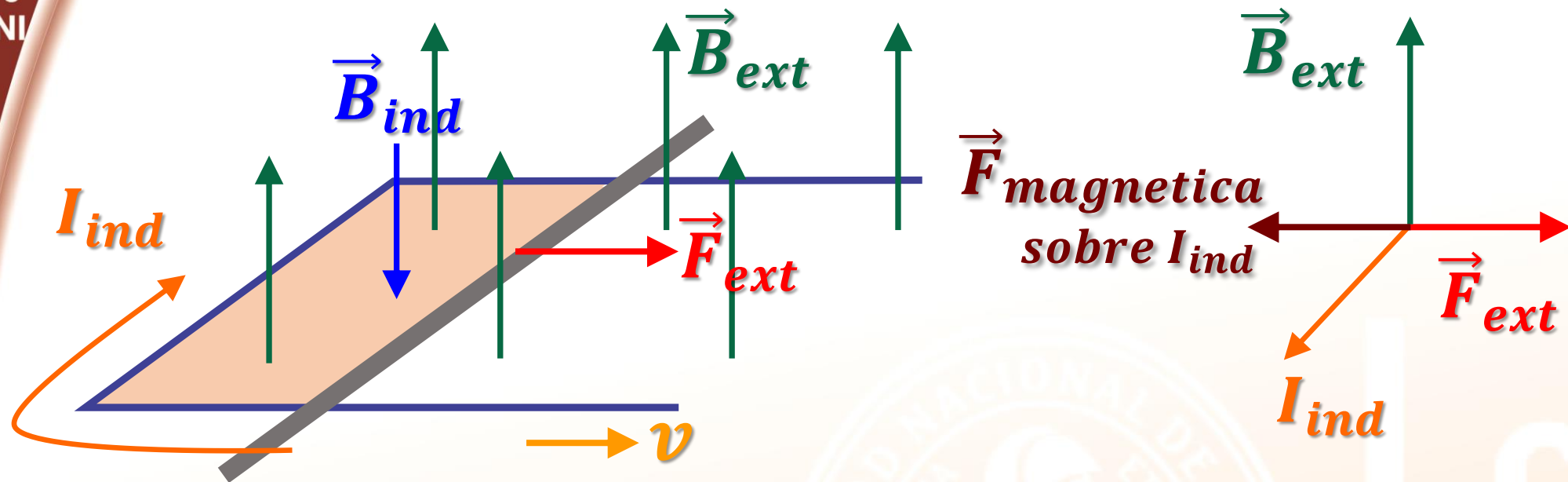
La “**causa**” es un **flujo magnético variable** debido a un campo magnético variable a través de un circuito fijo o debido al movimiento de los conductores que constituyen el circuito, o cualquier combinación de los



Vemos que el flujo magnético aumenta, este induce una corriente que genera un campo que reduce el flujo magnético

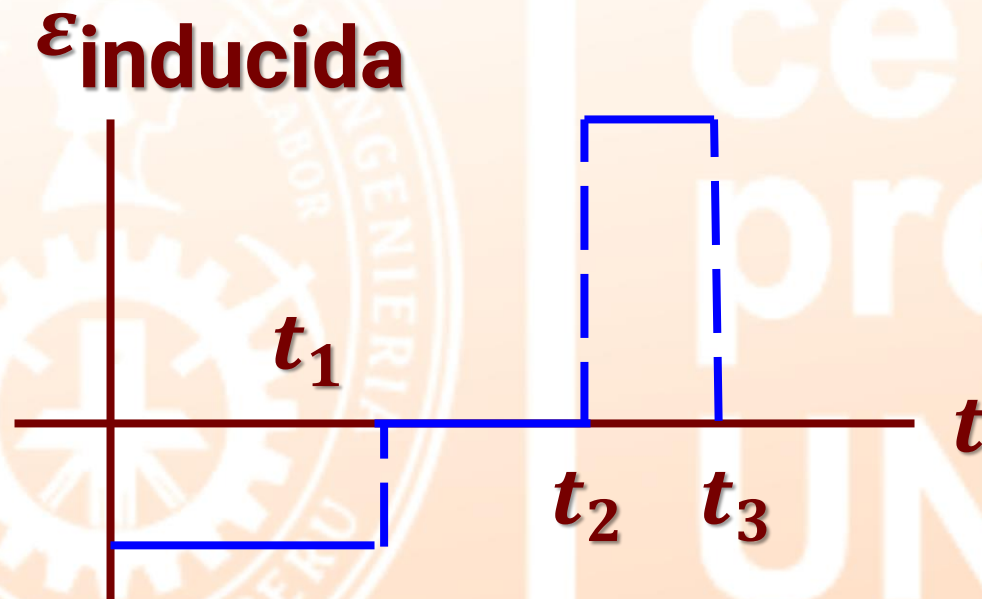
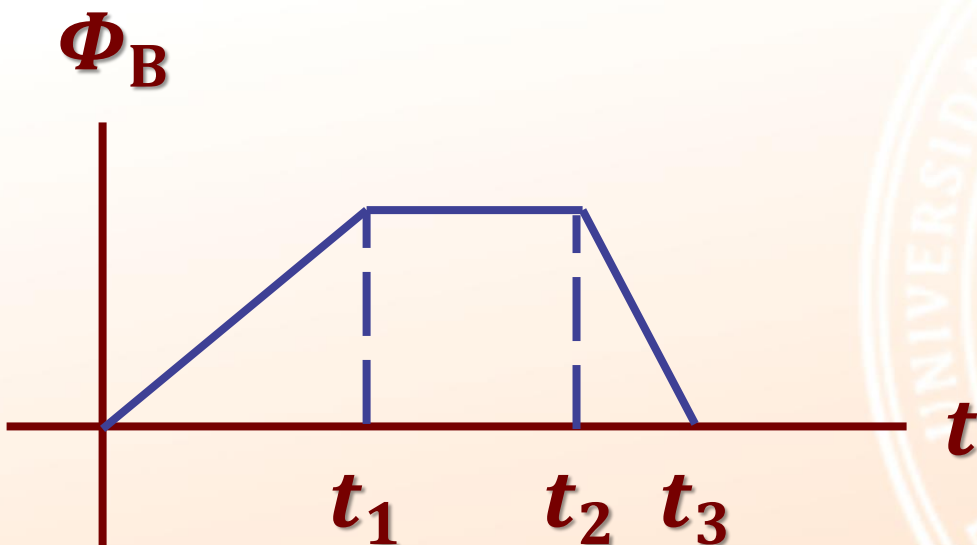


Vemos que el flujo magnético disminuye, este induce una corriente que genera un campo que aumenta el flujo magnético



Al juntar los resultados de Faraday y Lenz, obtenemos lo siguiente

$$\epsilon_{\text{inducida}} = \underbrace{-}_{\text{Lenz}} \underbrace{N \left(\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \right)}_{\text{Faraday}} \quad (\text{Ley de inducción electromagnética})$$



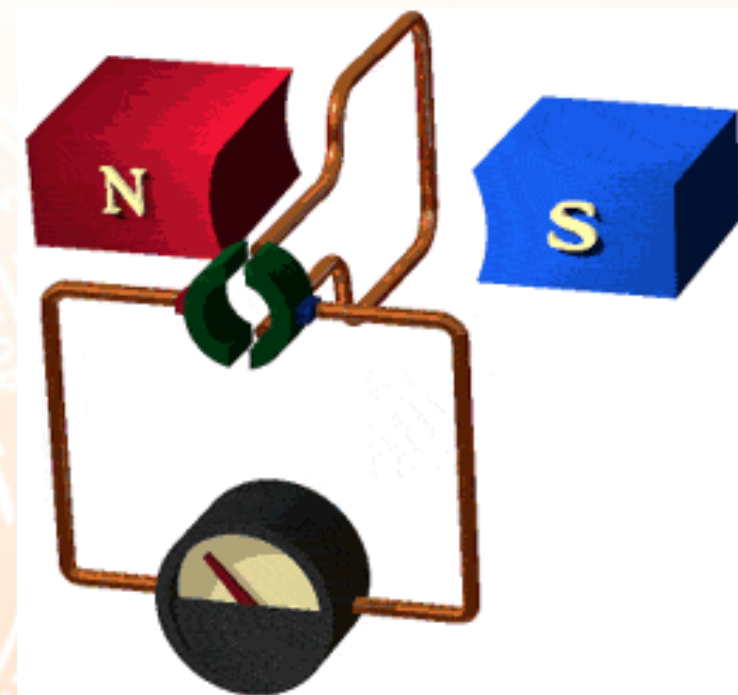
GENERADOR DE CORRIENTE ALTERNA

Supongamos que tenemos una espira rotando alrededor de un campo magnético constante.

Como al rotar la espira, varia el flujo magnético a través de la sección de la espira, se induce fem en los extremos de la espira.

Si la espira rota con velocidad angular constante, podemos expresar el ángulo que forma el campo magnético con el vector área de la espira como $\theta = \theta_0 + \omega t$, y tomando $\theta_0 = 0$

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = B A \cos(\omega t)$$



Para hallar la f.e.m. inducida debemos hallar la rapidez con la cambia el flujo, para ello recordaremos algunas ecuaciones del M.A.S.

$$x = A \text{Sen}(\omega t + \phi) \Rightarrow v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \omega A \text{Cos}(\omega t + \phi)$$

Cambiando la expresión del flujo $\Phi_B = B A \text{Cos}(\omega t) = B A \text{Sen}(\omega t + \pi/2)$

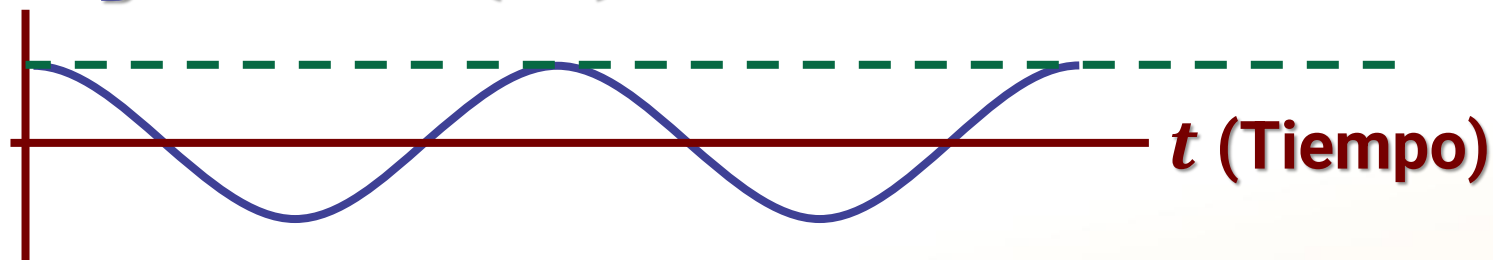
$$\Rightarrow \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = \omega B A \text{Cos}(\omega t + \pi/2) = -\omega B A \text{Sen}(\omega t)$$

Y si en vez de una espira rotante, tenemos N espiras, por la ley de inducción electromagnética

$$\epsilon_{\text{inducida}} = -N \left(\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \right) = -N(-\omega B A \text{Sen}(\omega t)) = \omega N B A \text{Sen}(\omega t)$$

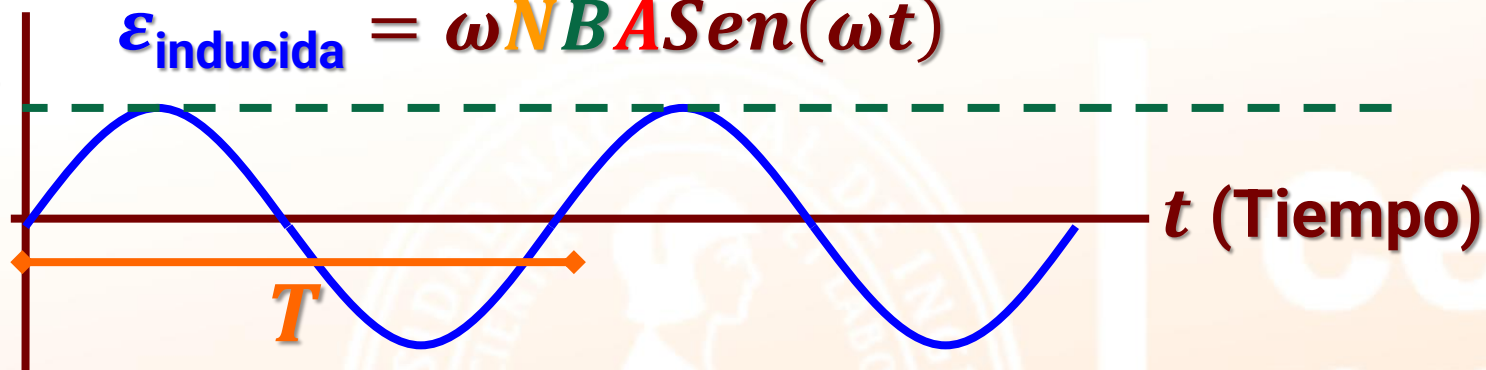
$$\Phi_B = B A \cos(\omega t)$$

$$\Phi_{B \text{ max}} = B A$$



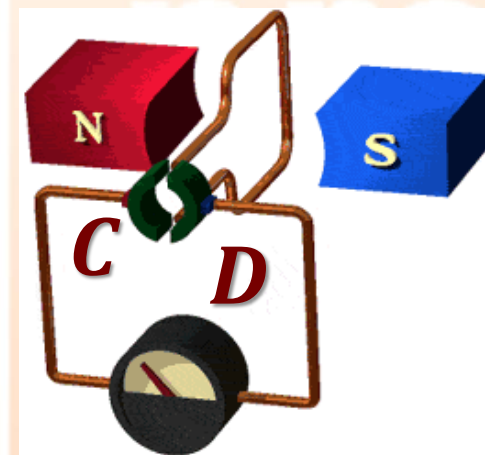
$$\epsilon_{\text{inducida max}} = \omega N B A$$

$$\epsilon_{\text{inducida}} = \omega N B A \sin(\omega t)$$

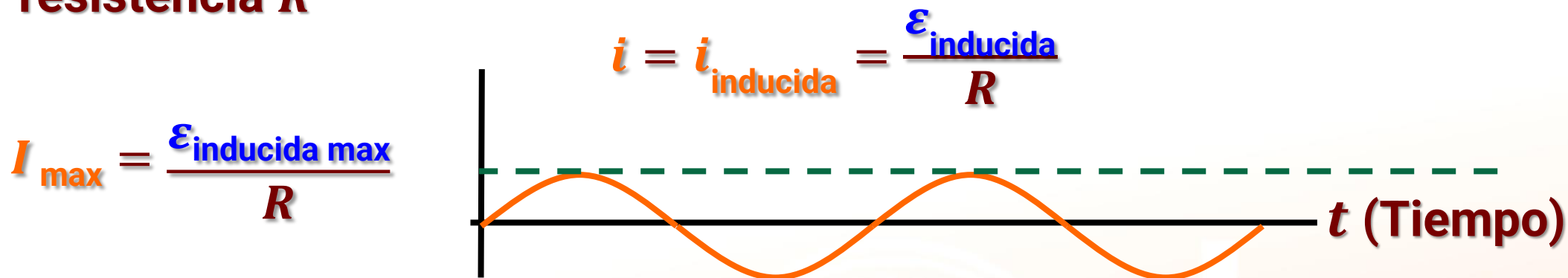


Para el generador la f.e.m. Inducida sería la medida de la diferencia de potencial entre los puntos *C* y *D*.

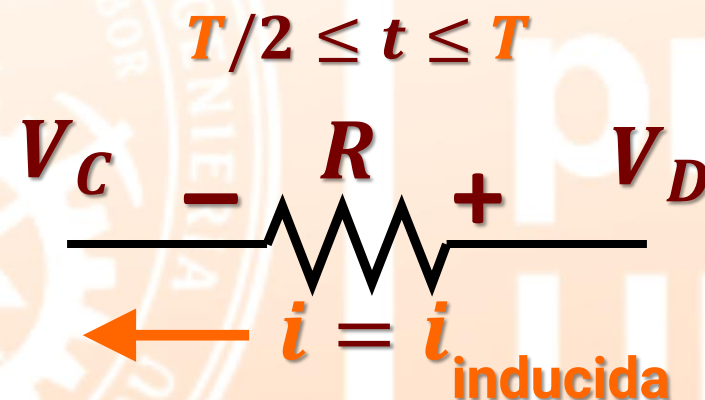
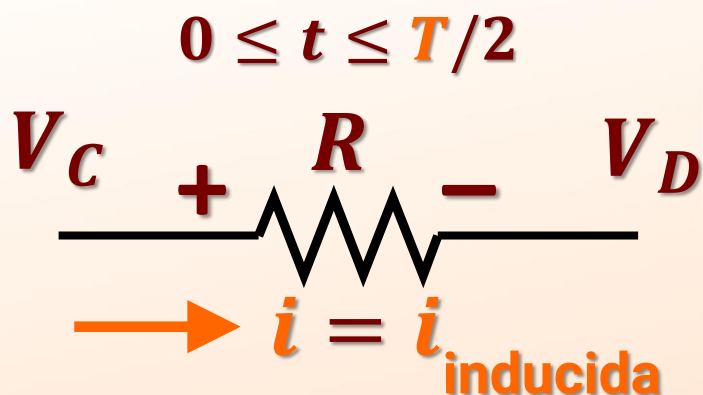
$$\epsilon_{\text{inducida}} = V_C - V_D \text{ es } \begin{cases} \text{positiva, } 0 \leq t \leq T/2 \\ \text{negativa, } T/2 \leq t \leq T \end{cases}$$



Con la f.e.m. Inducida podemos producir corriente a través de una resistencia R



Como $\epsilon_{\text{inducida}} = V_C - V_D$ es $\begin{cases} \text{positiva, } 0 \leq t \leq T/2 \Rightarrow V_C > V_D \\ \text{negativa, } T/2 \leq t \leq T \Rightarrow V_C < V_D \end{cases}$



Es decir la corriente alterna su sentido de circulación cada medio periodo

VALORES EFICACES

Si uno calcula el valor promedio de la función seno o coseno en un periodo, obtiene que dicho valor es cero (pues ambas funciones tienen los mismos valores, positivos en 2 cuadrantes y negativos en los otros 2). Usando la notación $\langle f \rangle$ para el cálculo el valor promedio de la función f en un periodo tenemos

$$\langle \epsilon \rangle = \langle \epsilon_{\text{inducida}} \rangle = \omega N B A \langle \text{Sen}(\omega t) \rangle = \epsilon_{\text{max}} \langle \text{Sen}(\omega t) \rangle = 0$$

La idea es hallar el valor promedio de la potencia en un periodo, el cual sería el valor de la potencia promedio en general, dada que la señal de voltaje ϵ es periódica. Al conectar los extremos de una resistencia R a dicha señal, la potencia viene dada por

$$P = \frac{\epsilon^2}{R} = \frac{\epsilon_{\text{max}}^2}{R} \text{Sen}^2(\omega t)$$

Calculando del valor promedio de la potencia (potencia media) tenemos

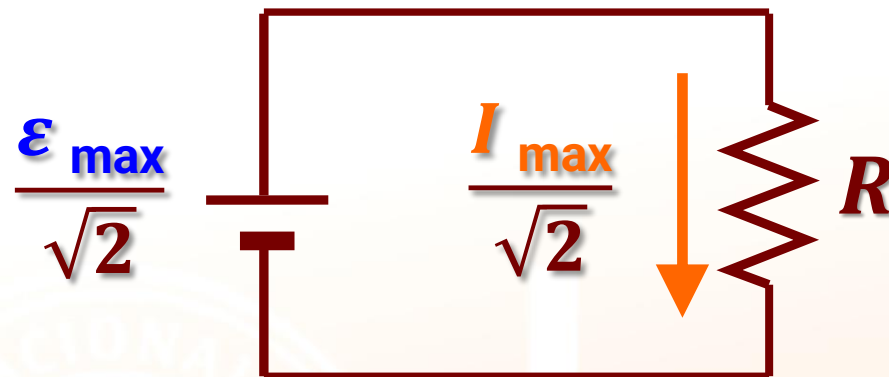
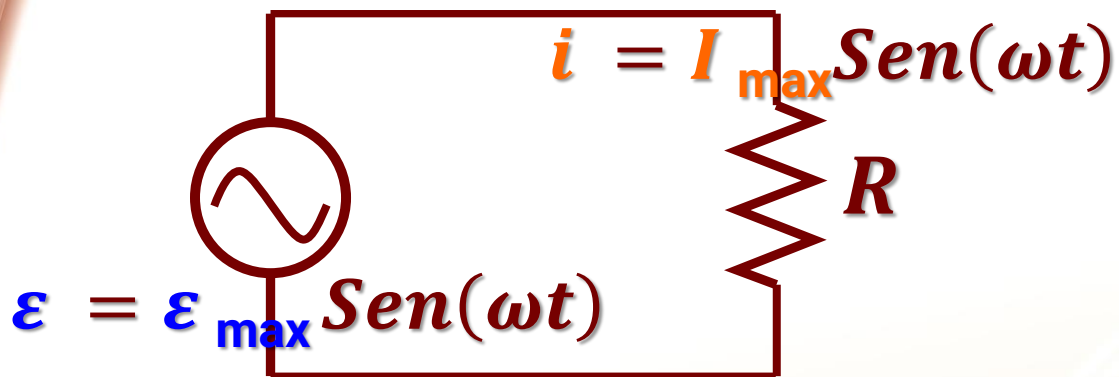
$$P_{\text{media}} = \langle P \rangle = \frac{\langle \epsilon^2 \rangle}{R} = \frac{\epsilon_{\text{max}}^2}{R} \langle \text{Sen}^2(\omega t) \rangle =$$

$$= \frac{\epsilon_{\text{max}}^2}{R} \left[\frac{1}{2} - \frac{\langle \text{Cos}(2\omega t) \rangle}{2} \right] = \frac{\epsilon_{\text{max}}^2}{2R} = \frac{\left(\frac{\epsilon_{\text{max}}}{\sqrt{2}} \right)^2}{R}$$

Este resultado es equivalente a haber conectado entre los extremos de la resistencia R un voltaje constante igual a $\epsilon_{\text{max}}/\sqrt{2}$

A este valor constante se llama **voltaje eficaz** pues **entrega la misma energía** a la resistencia **que el voltaje variable en un periodo**. De la misma forma uno puede hallar el valor eficaz de la corriente a partir de $P = i^2 R$ y obtener que la corriente eficaz es $I_{\text{max}}/\sqrt{2}$.

Ambas fuentes entregan la misma energía cada periodo al circuito



$$P = i\epsilon = \epsilon_{\max} I_{\max} \text{Sen}^2(\omega t) \Rightarrow P_{\text{media}} = \epsilon_{\max} I_{\max} \langle \text{Sen}^2(\omega t) \rangle = \frac{\epsilon_{\max} I_{\max}}{2}$$

$$P_{\text{media}} = \frac{\epsilon_{\max}}{\sqrt{2}} \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} = \epsilon_{\text{eficaz}} I_{\text{eficaz}}$$

Cuando en un problema nos den valores de voltaje o corriente sin especificar cuales son, se consideran esos valores como eficaces. De igual forma el dato de potencia se consideraría como potencia media.

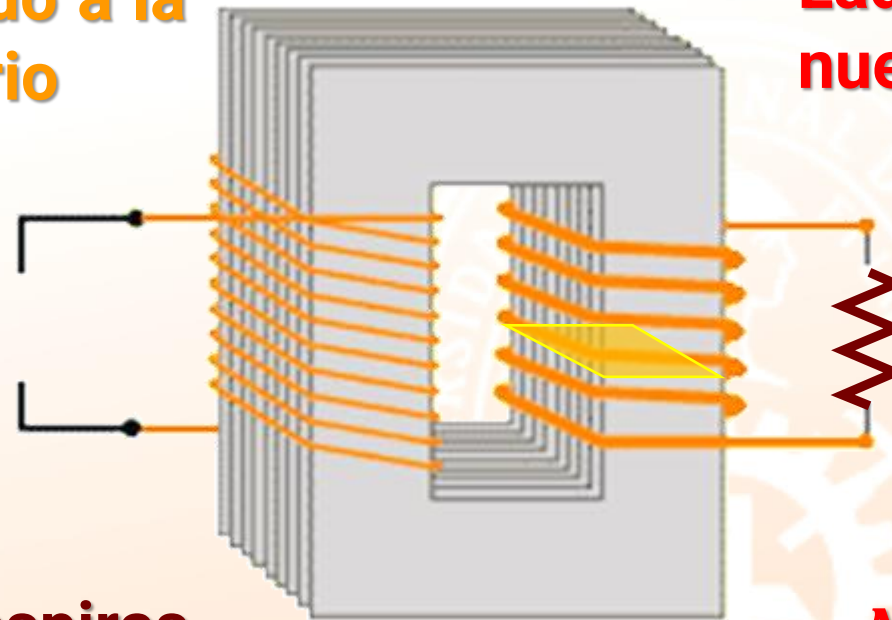
TRANSFORMADORES

Dispositivo que cambia el voltaje que se le suministra por otro a través de inducción electromagnética.

Lado conectado a la fuente: primario

En la bobina el lado primario siempre hay fem y circula corriente

N_p : Número de espiras de la bobina del lado primario

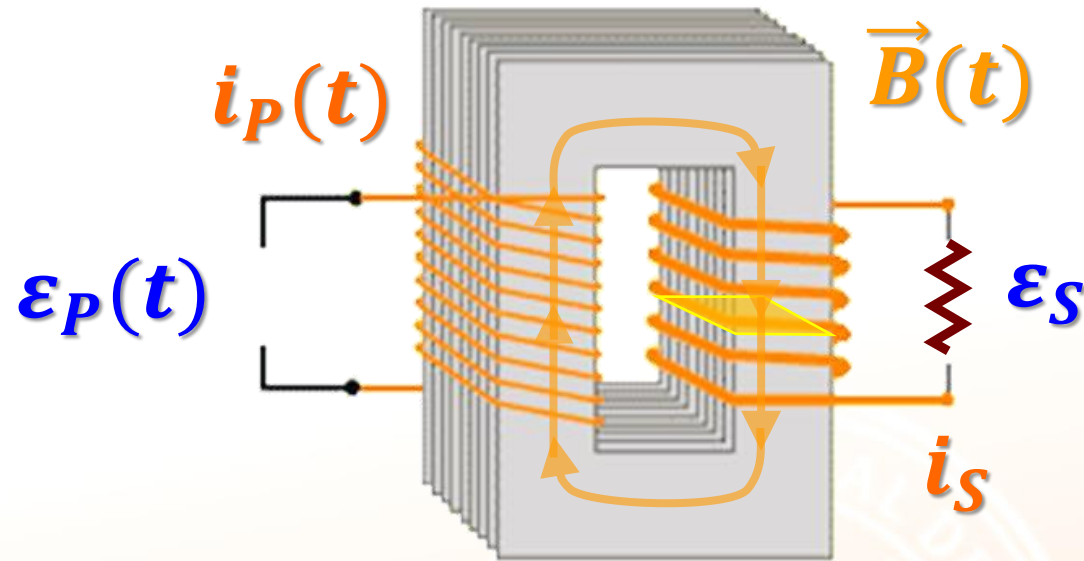


Núcleo de hierro

Lado donde aparece el nuevo voltaje: secundario

Debe variar el flujo magnético en la sección de la bobina del lado secundario para inducir fem y corriente

N_s : Número de espiras de la bobina del lado secundario



Como debe variar el flujo magnético en la sección de la bobina del lado secundario para inducir fem y corriente, el **campo magnético producido por la corriente en el lado primario debe ser variable** en el tiempo pues la sección es fija.

Entonces la **corriente en el primario debe ser variable** en el tiempo y concluimos que la **fem del lado primario tiene que ser variable** en el tiempo para producir fem y corriente en el lado secundario.

Es necesario que el núcleo donde se ubican las bobinas estén hechos de un material ferromagnético para confinar las líneas de campo magnético en su interior. Con ello podemos asegurar que

$$\Phi_{B \text{ primario}} = \Phi_{B \text{ secundario}} \Rightarrow - \left(\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \right)_{\text{primario}} = - \left(\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \right)_{\text{secundario}}$$

Y de la ley de inducción electromagnética $\epsilon_{\text{inducida}} = -N \left(\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \right)$ tenemos

$$\frac{\epsilon_p}{N_p} = \frac{\epsilon_s}{N_s}$$

En el caso de un transformador ideal (no presenta pérdidas de energía) tenemos que la rapidez con que se entrega energía (potencia) en el lado primario sería la misma rapidez con que se consume la energía en el lado secundario.

Para el transformador ideal tenemos

$$P_{\text{primario}} = P_{\text{secundario}} \Rightarrow \varepsilon_P i_P = \varepsilon_S i_S \quad \text{además} \quad \frac{N_P}{\varepsilon_P} = \frac{N_S}{\varepsilon_S}$$

al multiplicar ambas expresiones obtenemos $i_P N_P = i_S N_S$

Eficiencia

En la vida real, siempre habrán pérdidas de energía al transformar un tipo de energía en otro. Recordando que la eficiencia η viene dada por la razón entre la potencia útil y la entregada

$$\eta = \frac{P_{\text{útil}}}{P_{\text{entregada}}} = \frac{P_{\text{secundario}}}{P_{\text{primario}}}$$